Exercice 1 : Soit $n \in \mathbb{N}$.

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k =$
2. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 =$
3. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^3 =$
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{2n} k =$
5. $\displaystyle\sum_{k=0}^{2n} k^2 =$
6. $\displaystyle\sum_{k=0}^{2n+1} k^2 =$

Exercice 2 : Soit $q \in]-1, 1[$. Soit $x \in \mathbb{R}$.

1. $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} q^k =$
2. $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} kq^{k-1} =$
3. $\displaystyle\sum_{k=2}^{+\infty} k(k-1)q^{k-2} =$
4. $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{4^k} =$
5. $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k!} =$
6. $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{2^k x^k}{k!} =$

Exercice 3 : Soit E un espace vectoriel de dimension finie. Soit $f \in \mathcal{L}(E)$. D'après le théorème du rang :
$\dim(E) =$

Exercice 4 :

1. Si $X \hookrightarrow \mathcal{B}(\alpha)$, alors :
   (a) $X(\Omega) =$
   (b) $\mathbb{P}([X = 1]) =$
   (c) $\mathbb{P}([X = 0]) =$
   (d) $\mathbb{E}(X) =$
   (e) $\mathbb{V}(X) =$
2. Si $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n, p)$, alors :
   (a) $X(\Omega) =$
   (b) $\forall k \in X(\Omega)$, $\mathbb{P}([X = k]) =$
   (c) $\mathbb{E}(X) =$
   (d) $\mathbb{V}(X) =$
3. Si $X \hookrightarrow \mathcal{U}([\![1, N]\!])$, alors :
   (a) $X(\Omega) =$
   (b) $\forall k \in X(\Omega)$, $\mathbb{P}([X = k]) =$
   (c) $\mathbb{E}(X) =$
   (d) $\mathbb{V}(X) =$
4. Si $X \hookrightarrow \mathcal{G}(q)$, alors :
   (a) $X(\Omega) =$
   (b) $\forall k \in X(\Omega)$, $\mathbb{P}([X = k]) =$
   (c) $\mathbb{E}(X) =$
   (d) $\mathbb{V}(X) =$
5. Si $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$, alors :
   (a) $X(\Omega) =$
   (b) $\forall k \in X(\Omega)$, $\mathbb{P}([X = k]) =$
   (c) $\mathbb{E}(X) =$
   (d) $\mathbb{V}(X) =$

Exercice 5 : On considère la suite définie par $u_0 = 1$; $u_1 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = -3u_{n+1} + 3u_n$. Pour trouver une expression explicite de u_n, de quel polynôme doit-on chercher les racines ? Entourer la bonne réponse.

1. $P(x) = x^2 + 3x + 3$
2. $P(x) = x^2 + 3x - 3$
3. $P(x) = x^2 - 3x - 3$
4. $P(x) = x^2 - 3x + 3$

Exercice 6 :

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2}{(\ln(n))^2} =$
2. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2}{2^n} =$
3. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\ln(n)}{3n+n^3} =$
4. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n!}{\ln(n)} =$
5. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2n}{e^n} =$
6. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{e^n}{n^n} =$

Exercice 7 :

1. $n+1 \underset{n\to+\infty}{\sim}$
2. $\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right) \underset{n\to+\infty}{\sim}$
3. $e^{\frac{1}{n}}-1 \underset{n\to+\infty}{\sim}$
4. $n^2+(\ln(n))^2 \underset{n\to+\infty}{\sim}$
5. $n^2+2^n \underset{n\to+\infty}{\sim}$
6. $\ln(n)+3n+n^3 \underset{n\to+\infty}{\sim}$

Exercice 8 :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x =$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x} =$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) =$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\dfrac{1}{x+2}\right) =$
5. $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1}{x} =$
6. $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{1}{x} =$

Exercice 9 : Soit $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'événements.

1. $\mathbb{P}\left(\bigcup\limits_{n=0}^{+\infty} A_n\right) =$
2. $\mathbb{P}\left(\bigcap\limits_{n=0}^{+\infty} A_n\right) =$

Exercice 10 : Soient $A_1, A_2, \dots, A_n$ des événements. On suppose que $\mathbb{P}(A_1\cap\cdots\cap A_{n-1}) \neq 0$. D'après la formule des probabilités composées :

$\mathbb{P}(A_1\cap\cdots\cap A_n) =$

Exercice 11 : Soit $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un système complet d'événements. Soit B un événement.

D'après la formule des probabilités totales :

$\mathbb{P}(B) =$

et si, pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\mathbb{P}(A_n)\neq 0$, alors

$\mathbb{P}(B) =$

Exercice 12 : Soient A et B deux événements. D'après la formule de Bayes, si $\mathbb{P}(A)\neq 0$ et $\mathbb{P}(B)\neq 0$, alors

$\mathbb{P}_A(B) =$

Exercice 13 : Soient A et B deux événements indépendants. Alors,

$\mathbb{P}(A\cap B) =$

Soit $(A_i)_{i\in[\![1,n]\!]}$ une famille d'événements mutuellement indépendants. Alors,

$\mathbb{P}(A_1\cap\cdots\cap A_n) =$

Exercice 14 : Soit X une v.a.r. discrète telle que $X(\Omega)=\mathbb{N}$. Alors,

$\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \mathbb{P}([X=k]) =$

Exercice 15 : Soit X une v.a.r. discrète telle que $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$. Soit g une fonction. D'après le théorème de transfert :
$\mathbb{E}(g(X)) =$

Exercice 16 : Soient X et Y deux v.a.r. qui admettent une espérance. Soit $(\lambda, \mu)^2 \in \mathbb{R}^2$. Alors,

1. $\mathbb{E}(\lambda X + \mu Y) =$
2. $\mathbb{E}(\lambda) =$

Soient X_1, X_2, ..., X_n des v.a.r. qui admettent une même espérance m. Alors,
$\mathbb{E}\left(\frac{\sum_{k=1}^{n} X_k}{n}\right) =$

Exercice 17 : Soient X et Y deux v.a.r. qui admettent une variance. Soit $(\lambda, \mu)^2 \in \mathbb{R}^2$. Alors,

1. $\mathbb{V}(X + Y) =$
2. $\mathbb{V}(\lambda X + \mu) =$

Exercice 18 : Soit X une v.a.r. discrète qui admet un moment d'ordre 2. D'après la formule de Kœnig-Huygens :
$\mathbb{V}(X) =$

Exercice 19 : Soit X une v.a.r. discrète telle que $X(\Omega) = \{x_k \mid k \in \mathbb{N}\}$. Soit $r \in \mathbb{N}$. Le moment d'ordre r de X est :
$m_r(X) =$