

# 1 Exercices

**Exercice 1 :** Donner les dérivées des fonctions usuelles suivantes.

1.  $x \mapsto x^n$  (où  $n \in \mathbb{N}$ )

3.  $x \mapsto \frac{1}{x}$

5.  $x \mapsto e^x$

2.  $x \mapsto x^\alpha$  (où  $\alpha \in \mathbb{R}$ )

4.  $x \mapsto \sqrt{x}$

6.  $x \mapsto \ln(x)$

**Exercice 2 :** Soient  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables. Soit  $\alpha \in \mathbb{R}$  une constante. Donner les formules des dérivées suivantes.

1.  $(\alpha u)'$

3.  $(uv)'$

5.  $\left(\frac{u}{v}\right)'$

2.  $(u + v)'$

4.  $\left(\frac{1}{v}\right)'$

6.  $(u \circ v)'$

**Exercice 3 :** Calculer les dérivées des fonctions polynomiales suivantes.

1.  $x \mapsto x^2 + 2x - 3$

3.  $x \mapsto x^3 - 3x - 7$

5.  $x \mapsto 5x^4 + 4x^2$

2.  $x \mapsto x^{2n} - x^{2n+1}$  (où  $n \in \mathbb{N}$ )

4.  $x \mapsto 3x^2 + 7x$

6.  $x \mapsto -x^3 + 3x^2 - 10x + 10$

**Exercice 4 :** Calculer les dérivées des produits de fonctions par une constante suivants.

1.  $x \mapsto 2e^x$

3.  $x \mapsto 3\sqrt{x}$

5.  $x \mapsto \frac{-4}{x}$

2.  $x \mapsto 4\ln(x)$

4.  $x \mapsto -7e^x$

6.  $x \mapsto -10\ln(x)$

**Exercice 5 :** Calculer les dérivées des produits de fonctions suivants.

1.  $x \mapsto x^2 e^x$

3.  $x \mapsto e^x \sqrt{x}$

5.  $x \mapsto \frac{1}{x} \ln(x)$

2.  $x \mapsto x^3 \ln(x)$

4.  $x \mapsto 2e^x \ln(x)$

6.  $x \mapsto e^x \sqrt{x} \ln(x)$

**Exercice 6 :** Calculer les dérivées des quotients de fonctions suivants.

1.  $x \mapsto \frac{x+1}{2x-3}$

3.  $x \mapsto \frac{e^x}{x^3}$

5.  $x \mapsto \frac{xe^x}{\ln(x)}$

2.  $x \mapsto \frac{x^3 + 2x - 1}{e^x}$

4.  $x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$

6.  $x \mapsto \frac{\sqrt{x} \ln(x)}{x+1}$

**Exercice 7 :** Calculer les dérivées des fonctions de la forme  $\exp \circ u$  suivantes.

1.  $x \mapsto e^{\frac{1}{x}}$

3.  $x \mapsto e^{x^2+3x}$

5.  $x \mapsto e^{\frac{1}{1+x^2}}$

2.  $x \mapsto e^{-2x}$

4.  $x \mapsto e^{e^x}$

6.  $x \mapsto e^{\frac{-x^2}{a}}$  (où  $a \in \mathbb{R}_+^*$ )

**Exercice 8 :** Calculer les dérivées des fonctions de la forme  $\ln \circ u$  suivantes.

1.  $x \mapsto \ln(1+x^2)$

3.  $x \mapsto \ln\left(1 + \frac{e^x}{x+3}\right)$

5.  $x \mapsto \ln\left(\frac{x+2}{x+3}\right)$

2.  $x \mapsto \ln(x^2 + 3x^3 + e^{-x})$

4.  $x \mapsto \ln(1 + x^4 \ln(x))$

6.  $x \mapsto \ln(x - e^{3x^2+1})$

**Exercice 9 :** Calculer les dérivées des fonctions « type concours » suivantes.

1.  $x \mapsto \int_0^x \frac{t^{2n}-1}{t+1} dt$  (où  $n \in \mathbb{N}$ )

7.  $x \mapsto x - \ln(x)$

14.  $x \mapsto x^2 - x \ln(x)$

2.  $x \mapsto \frac{\ln(1-x)}{\ln(x)}$

8.  $x \mapsto \int_x^{2x} \frac{1}{t - \ln(t)} dt$

15.  $x \mapsto xe^{-x}$

3.  $x \mapsto x^n + 1 + \frac{1}{x^n}$  (où  $n \in \mathbb{N}$ )

9.  $x \mapsto \sqrt{1+x}$

16.  $x \mapsto ne^{-x}(1 - e^{-x})^{n-1}$   
(où  $n \in \mathbb{N}^*$ )

4.  $x \mapsto x + \frac{1}{x}$

10.  $x \mapsto \ln(x) - ax^{2a}$  (où  $a \in \mathbb{R}_+^*$ )

17.  $x \mapsto x^2 e^x - 1$

5.  $x \mapsto \frac{1}{x+1} + \ln(x) - \ln(x+1)$

11.  $x \mapsto e^x - e \ln(x)$

18.  $x \mapsto e^x - xe^{\frac{1}{x}}$

6.  $x \mapsto \int_0^x \ln(1+t^2) dt$

12.  $x \mapsto \frac{1}{(1+x)^2}$

19.  $x \mapsto x - e^{-x}$

13.  $x \mapsto \int_n^x e^{\sqrt{t}} dt$  (où  $n \in \mathbb{N}$ )

20.  $x \mapsto \frac{1+x}{1+e^x}$

## 2 Réponses courtes

### Réponses de l'exercice 1 :

1.  $x \mapsto nx^{n-1}$

3.  $x \mapsto \frac{-1}{x^2}$

5.  $x \mapsto e^x$

2.  $x \mapsto \alpha x^{\alpha-1}$

4.  $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6.  $x \mapsto \frac{1}{x}$

### Réponses de l'exercice 2 :

1.  $\alpha u'$

3.  $u'v + uv'$

5.  $\frac{u'v - uv'}{v^2}$

2.  $u' + v'$

4.  $\frac{-v'}{v^2}$

6.  $v' \times (u' \circ v)$

### Réponses de l'exercice 3 :

1.  $x \mapsto 2x + 2$

3.  $x \mapsto 3x^2 - 3$

5.  $x \mapsto 20x^3 + 8x$

2.  $x \mapsto 2nx^{2n-1} - (2n+1)x^{2n}$

4.  $x \mapsto 6x + 7$

6.  $x \mapsto -3x^2 + 6x - 10$

### Réponses de l'exercice 4 :

1.  $x \mapsto 2e^x$

3.  $x \mapsto \frac{3}{2\sqrt{x}}$

5.  $x \mapsto \frac{4}{x^2}$

2.  $x \mapsto \frac{4}{x}$

4.  $x \mapsto -7e^x$

6.  $x \mapsto \frac{-10}{x}$

### Réponses de l'exercice 5 :

1.  $x \mapsto x(2+x)e^x$

3.  $x \mapsto \frac{(2x+1)e^x}{2\sqrt{x}}$

5.  $x \mapsto \frac{1}{x^2}(1 - \ln(x))$

2.  $x \mapsto x^2(3\ln(x) + 1)$

4.  $x \mapsto 2e^x \left( \ln(x) + \frac{1}{x} \right)$

6.  $x \mapsto e^x \frac{2x \ln(x) + \ln(x) + 2}{2\sqrt{x}}$

### Réponses de l'exercice 6 :

1.  $x \mapsto \frac{-5}{(2x-3)^2}$

3.  $x \mapsto \frac{x-3}{x^4} e^x$

5.  $x \mapsto \frac{(x+1)\ln(x) - 1}{(\ln(x))^2} e^x$

2.  $x \mapsto \frac{-x^3 + 3x^2 - 2x + 3}{e^x}$

4.  $x \mapsto \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$

6.  $x \mapsto \frac{\ln(x)(1-x) + 2x + 2}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$

**Réponses de l'exercice 7 :**

1.  $x \mapsto -\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

3.  $x \mapsto (2x+3)e^{x^2+3x}$

5.  $x \mapsto \frac{-2x}{(1+x^2)^2}e^{\frac{1}{1+x^2}}$

2.  $x \mapsto -2e^{-2x}$

4.  $x \mapsto e^x e^{e^x}$

6.  $x \mapsto \frac{-2x}{a}e^{\frac{-x^2}{a}}$

**Réponses de l'exercice 8 :** Calculer les dérivées des fonctions de la forme  $\ln$  ou suivantes.

1.  $x \mapsto \frac{2x}{1+x^2}$

3.  $x \mapsto \frac{e^x(x+2)}{(x+3)(x+3+e^x)}$

5.  $x \mapsto \frac{1}{(x+2)(x+3)}$

2.  $x \mapsto \frac{2x+9x^2-e^{-x}}{x^2+3x^3+e^{-x}}$

4.  $x \mapsto \frac{x^3(4\ln(x)+1)}{1+x^4\ln(x)}$

6.  $x \mapsto \frac{1-6xe^{3x^2+1}}{x-e^{3x^2+1}}$

**Réponses de l'exercice 9 :**

1.  $x \mapsto \frac{x^{2n}-1}{x+1}$

7.  $x \mapsto 1 - \frac{1}{x}$

14.  $x \mapsto 2x-1-\ln(x)$

2.  $x \mapsto \frac{x\ln(x)+(1-x)\ln(1-x)}{x(x-1)(\ln(x))^2}$

8.  $x \mapsto \frac{2}{2x-\ln(2x)} - \frac{1}{x-\ln(x)}$

15.  $x \mapsto (1-x)e^{-x}$

3.  $x \mapsto nx^{n-1} - \frac{n}{x^{n+1}}$

9.  $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{1+x}}$

16.  $x \mapsto ne^{-x}(1-e^{-x})^{n-2}(ne^{-x}-1)$

4.  $x \mapsto 1 - \frac{1}{x^2}$

10.  $x \mapsto \frac{1}{x} - 2a^2x^{2a-1}$

17.  $x \mapsto xe^x(2+x)$

11.  $x \mapsto e^x - \frac{e}{x}$

18.  $x \mapsto e^x + e^{\frac{1}{x}}\left(\frac{1}{x}-1\right)$

5.  $x \mapsto -\frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

12.  $x \mapsto \frac{-2}{(1+x)^3}$

19.  $x \mapsto 1 + e^{-x}$

6.  $x \mapsto \ln(1+x^2)$

13.  $x \mapsto e^{\sqrt{x}}$

20.  $x \mapsto \frac{1-xe^x}{(1+e^x)^2}$