

Exercice 1 : Le problème (ou paradoxe) de Monty-Hall est un célèbre problème de probabilités. Il s'énonce comme suit :

- Un jeu télévisé oppose un présentateur et un joueur.
- Sur le plateau se situent trois portes, l'une cache une voiture et les deux autres cachent une chèvre. Les prix sont répartis par tirage au sort équiprobable. Le présentateur connaît la répartition des prix, mais pas le joueur.
- Le joueur choisit une des trois portes, mais rien n'est révélé.
- Le présentateur ouvre une autre porte (différente de celle choisit par le joueur) ne révélant pas la voiture.
- Le présentateur propose au candidat de changer son choix de porte à ouvrir définitivement.

On se propose de comparer deux stratégies pour le joueur :

- Stratégie 1 : toujours rester sur le choix initial
- Stratégie 2 : toujours changer de choix

Sur internet, les débats entre amateurs de mathématiques font rage. Certains soutiennent que les deux stratégies se valent tandis que d'autres affirment que l'une donne plus de chances de gagner la voiture.

Pour essayer de tirer cela au clair, on réalise une simulation informatique de l'expérience. On considère les deux fonctions **Python** qui suivent. On rappelle que l'appel `j % 3` renvoie le reste de la division euclidienne de l'entier j par 3.

```
1 def mystere1():
2     S = 0
3     for k in range(10**6):
4         listePortes = [0,1,2]
5         voiture = rd.randint(0,3)
6         choixJoueur = rd.randint(0,3)
7         j = (choixJoueur + 1) % 3
8         if voiture == j:
9             j = (j+1) % 3
10        del listePortes[j]
11        if choixJoueur == voiture:
12            S = S + 1
13    return S / 10**6
```

```
1 def mystere2():
2     F = 0
3     for k in range(10**6):
4         listePortes = [0,1,2]
5         voiture = rd.randint(0,3)
6         choixJoueur = rd.randint(0,3)
7         j = (choixJoueur + 1) % 3
8         if voiture == j:
9             j = (j+1) % 3
10        del listePortes[j]
11        choixJoueur = (choixJoueur + 1) % 3
12        if not (choixJoueur in listePortes):
13            choixJoueur = (choixJoueur + 1) % 3
14        if choixJoueur == voiture:
15            F = F + 1/10**6
16    return F
```

1. Décrire (en expliquant) ce que renvoie l'appel `mystere1()`.
2. Décrire (en expliquant) ce que renvoie l'appel `mystere2()`.
3. L'appel `mystere1()` renvoie 0.333323 tandis que l'appel `mystere2()` renvoie 0.666474. Quelle stratégie choisiriez vous si vous étiez invité·e à jouer à ce jeu télévisé ?
4. Retrouver le résultat obtenu par simulation informatique via un argument simple de dénombrement.