Exercice 1 : Soit X une variable aléatoire admettant une variance. On suppose que l'on dispose d'une fonction **Python** nommée `simulX()` permettant de simuler cette variable aléatoire.

1. Décrire en quelques phrases ce que renvoie l'appel `mystere1(N)` lorsque N est grand.

```python
def mystere1(N):
    S = 0
    for k in range(N):
        S = S + simulX()
    return S / N
```

Démonstration. Le programme fait N simulations indépendantes de X, que l'on peut noter $x_1, \dots, x_N$, puis renvoie le nombre

$$\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x_k$$

Il s'agit de la moyenne arithmétique des résultats obtenus, c'est donc la valeur prise par la moyenne empirique $\overline{X_N}$.

D'après la loi faible des grands nombres (que l'on peut appliquer parce que X admet une variance), ce nombre est proche de $\mathbb{E}(X)$ lorsque N est suffisamment grand. □

2. Décrire en quelques phrases ce que renvoie l'appel `mystere2(N)` lorsque N est grand.

```python
def mystere2(N):
    S = 0
    for k in range(N):
        if simulX() == 0:
            S = S + 1
    return S / N
```

Démonstration. Le programme fait N simulations indépendantes de X et renvoie la fréquence empirique de réalisation de l'événement $[X = 0]$.

D'après la loi faible des grands nombres, ce nombre est proche de $\mathbb{P}([X = 0])$ lorsque N est suffisamment grand. □

Exercice 2 : Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes telles que $X \hookrightarrow \mathcal{G}(1/2)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{U}([0,1])$.

Compléter le programme suivant pour qu'il renvoie une approximation de $\mathbb{P}([X \leq 9Y])$.

```python
def approx():
    S = 0
    for k in range(10**5):
        X = rd.geometric(1/2)
        Y = rd.random()
        if X <= 9 * Y :
            S = S + 1
    return S / 10**5
```