

La rédaction d'une récurrence suit une forme très précise qu'il faudra obligatoirement respecter pour éviter les erreurs courantes.

Montrons par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, \mathcal{P}(n)$
 où $\mathcal{P}(n)$: « Propriété qui dépend de n »
Initialisation :
 On vérifie que la propriété $\mathcal{P}(n)$ est vraie lorsque $n = 0$.
 D'où $\mathcal{P}(0)$.
Hérédité : Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons $\mathcal{P}(n)$. Montrons $\mathcal{P}(n+1)$.
 On démontre que la propriété $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie en utilisant l'hypothèse de récurrence.
 D'où $\mathcal{P}(n+1)$.

Exemple 1. Considérons une suite (u_n) définie par récurrence. Si l'énoncé propose la question :

« Montrer que la suite (u_n) est bien définie et que, pour tout entier naturel n , $0 \leq u_n \leq 1$. »

Alors on écrira :

Montrons par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, \mathcal{P}(n)$
 où $\mathcal{P}(n)$: « u_n est bien défini et $0 \leq u_n \leq 1$ »

Exemple 2. Considérons une suite (u_n) définie par récurrence. Si l'énoncé propose la question :

« Montrer qu'il existe deux suites d'entiers (a_n) et (b_n) telles que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = a_n e + b_n$. »

Alors on écrira :

Montrons par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, \mathcal{P}(n)$
 où $\mathcal{P}(n)$: « il existe deux entiers a_n et b_n tels que $u_n = a_n e + b_n$ »

Exemple 3. Considérons une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ telle que $A^2 = 2A + I$. Si l'énoncé propose la question :

« Montrer qu'il existe deux suites (u_n) et (v_n) telles que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = u_n A + v_n I$. »

Alors on écrira :

Montrons par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, \mathcal{P}(n)$
 où $\mathcal{P}(n)$: « il existe deux réels u_n et v_n tels que $A^n = u_n A + v_n I$ »