

**Exercice 1** :[Question barrière]

On dispose d'une pièce tombant sur **Pile** avec probabilité  $p$  et d'une infinité d'urnes  $(U_k)_{k \in \mathbb{N}^*}$ . Pour tout  $k \in \mathbb{N}^*$ , l'urne  $U_k$  contient  $k$  boules numérotées de 1 à  $k$ . On lance la pièce une infinité de fois puis, si  $k$  désigne le rang auquel on a obtenu **Pile** pour la première fois, on tire une boule au hasard dans l'urne  $U_k$ . On note  $X$  la variable aléatoire égale au rang du premier **Pile** et  $Y$  la variable aléatoire égale au numéro de la boule tirée.

Compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie une simulation du couple  $(X, Y)$  :

```

1  def simulXY(p):
2      _____
3      _____
4      return [X,Y]
```

**Exercice 2** : Soit  $n$  un entier naturel non nul fixé.

On dispose d'une pièce équilibrée et de  $n + 1$  pièces truquées, numérotées de 0 à  $n$ .

La pièce truquée numéro  $k \in \llbracket 0, n \rrbracket$  tombe sur **Face** avec probabilité  $p_k = \frac{k+1}{n+1}$ .

On considère l'expérience suivante, décrite en plusieurs étapes :

1. On lance  $n$  fois la pièce équilibrée.
2. Si  $k$  désigne le nombre de **Pile** obtenus à l'étape 1, on choisit la pièce truquée numéro  $k$  pour la suite de l'expérience.
3. On lance la pièce truquée jusqu'à ce qu'elle tombe sur **Face**.
4. Si  $i$  désigne le nombre de lancers effectués lors de l'étape 3, on remplit une urne de  $i$  boules blanches et de  $k$  boules noires.
5. On effectue un unique tirage au hasard d'une boule dans cette urne.

On note :

- $X$  la variable aléatoire égale au nombre de **Pile** obtenus à l'étape 1.
- $Y$  la variable aléatoire égale au nombre de lancers effectués lors de l'étape 3.
- $Z$  la variable aléatoire égale à 1 si on tire une boule noire à l'étape 5, et égale à 0 sinon.

```

1  def simulXYZ(n):
2      X = _____
3      p = _____
4      Y = _____
5      q = _____
6      Z = _____
7      return [X,Y,Z]
```