Exercice 1 :[Question barrière]

On dispose d'une pièce tombant sur `Pile` avec probabilité p et d'une infinité d'urnes $(U_k)_{k\in\mathbb{N}^*}$. Pour tout $k \in \mathbb{N}^*$, l'urne U_k contient k boules numérotées de 1 à k. On lance la pièce une infinité de fois puis, si k désigne le rang auquel on a obtenu `Pile` pour la première fois, on tire une boule au hasard dans l'urne U_k. On note X la variable aléatoire égale au rang du premier `Pile` et Y la variable aléatoire égale au numéro de la boule tirée.

Compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie une simulation du couple (X, Y) :

```
def simulXY(p):
    X = rd.geometric(p)
    Y = rd.randint(1,X+1)
    return [X,Y]
```

Exercice 2 : Soit n un entier naturel non nul fixé.

On dispose d'une pièce équilibrée et de $n + 1$ pièces truquées, numérotées de 0 à n.

La pièce truquée numéro $k \in [\![0, n]\!]$ tombe sur `Face` avec probabilité $p_k = \dfrac{k+1}{n+1}$.

On considère l'expérience suivante, décrite en plusieurs étapes :

1. On lance n fois la pièce équilibrée.
2. Si k désigne le nombre de `Pile` obtenus à l'étape 1, on choisit la pièce truquée numéro k pour la suite de l'expérience.
3. On lance la pièce truquée jusqu'à-ce qu'elle tombe sur `Face`.
4. Si i désigne le nombre de lancers effectués lors de l'étape 3, on remplit une urne de i boules blanches et de k boules noires.
5. On effectue un unique tirage au hasard d'une boule dans cette urne.

On note :

- X la variable aléatoire égale au nombre de `Pile` obtenus à l'étape 1.
- Y la variable aléatoire égale au nombre de lancers effectués lors de l'étape 3.
- Z la variable aléatoire égale à 1 si on tire une boule noire à l'étape 5, et égale à 0 sinon.

```
def simulXYZ(n):
    X = rd.binomial(n, 1/2)
    p = (X+1)/(n+1)
    Y = rd.geometric(p)
    q = X/(X+Y)
    Z = rd.binomial(1, q)
    return [X,Y,Z]
```