

Exercice 1 : On lance indéfiniment une pièce équilibrée. On note X la variable aléatoire égale au rang du lancer où, pour la première fois, on obtient la séquence Pile-Face-Pile. On admet que cette séquence apparaît presque sûrement.

Par exemple, si l'on obtient dans cet ordre : Pile, Face, Face, Pile, Pile, Pile, Face, Pile,... alors X prend la valeur 8.

On codera les Pile par 1 et les Face par 0. On rappelle que si L est une liste et k un entier naturel non nul, alors $L[-k]$ renvoie le k^{e} élément de la liste L en partant de la fin.

Compléter la fonction **Python** ci-dessous afin qu'elle simule les lancers de la pièce jusqu'à l'obtention de la séquence Pile-Face-Pile, et qu'elle renvoie le nombre de lancers effectués, c'est-à-dire la valeur que prend X .

```
1 def simulX():
2     X = 2
3     L = [rd.binomial(1,1/2) for k in range(2)]
4     while True:
5         X = X + 1
6         L.append( rd.binomial(1,1/2) )
7         if L[-1] == 1 and L[-2] == 0 and L[-3] == 1 :
8             return X
```

Exercice 2 : On considère une urne contenant 3 boules rouges et 1 boule verte. On dispose par ailleurs d'une réserve infinie de boules rouges et vertes. On effectue une série infinie de tirages dans cette urne en suivant le protocole suivant :

- si on tire une boule rouge, alors on la remet dans l'urne et on rajoute une nouvelle boule rouge dans l'urne ;
- si on tire une boule verte, alors on la remet dans l'urne et on rajoute deux nouvelles boules vertes dans l'urne.

On note, pour tout entier $n \geq 2$, Y_n la variable aléatoire égale au rang du tirage à l'issue duquel, pour la première fois, le nombre de boules vertes est supérieur ou égal à n . Compléter la fonction **Python** suivante pour qu'elle simule Y_n :

```
1 def simulY(n):
2     r,v = 3,1
3     Y = 0
4     while v < n:
5         Y = Y + 1
6         if rd.randint(1, r + v + 1) <= r:
7             r = r + 1
8         else:
9             v = v + 2
10    return Y
```