

**Exercice 1 :** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ . On dispose de  $n$  urnes, numérotées de 1 à  $n$ . Pour tout  $k \in \llbracket 1, n \rrbracket$ , l'urne numéro  $k$  contient  $k$  boules blanches et  $n$  boules noires. On choisit une urne au hasard puis on réalise une infinité de tirages d'une boule avec remise dans cette urne. On note  $X$  la variable aléatoire égale au numéro de l'urne choisie et  $Y$  la variable aléatoire égale au rang où l'on a obtenu pour la première fois une boule blanche.

Compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie une simulation du couple  $(X, Y)$  :

```
1 def simulXY(n):  
2     X = rd.randint(1,n+1)  
3     Y = rd.geometric(X/(n+X))  
4     return [X,Y]
```

**Exercice 2 :** On dispose d'une pièce qui tombe sur Face avec probabilité  $p \in ]0, 1[$ .

On considère l'expérience suivante, décrite en plusieurs étapes :

1. On lance la pièce jusqu'à ce qu'elle tombe sur Pile.
2. Si  $i$  désigne le nombre de lancers effectués à l'étape 1, on remplit une urne  $U_1$  avec  $2i$  boules blanches et  $i$  boules noires.
3. On effectue  $i$  tirages d'une boule avec remise dans l'urne  $U_1$ .
4. Si  $j$  désigne le nombre de boules blanches obtenues à l'étape 3, on remplit une urne  $U_2$  avec  $j + 1$  boules, numérotées de 1 à  $j + 1$ .
5. On effectue un unique tirage au hasard d'une boule dans l'urne  $U_2$ .

On note :

- $X$  la variable aléatoire égale au nombre de lancers effectués à l'étape 1.
- $Y$  la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches obtenues à l'étape 3.
- $Z$  la variable aléatoire égale à 1 si on tire la boule numérotée 1 à l'étape 5, et égale à 0 sinon.

Compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie une simulation du triplet  $(X, Y, Z)$  :

```
1 def simulXYZ(p):  
2     X = rd.geometric(1-p)  
3     Y = rd.binomial(X, 2/3)  
4     Z = rd.binomial(1, 1/(Y+1))  
5     return [X,Y,Z]
```